

# Die geschichtliche Entwicklung bis einschließlich RIEMANN'S Arbeit aus dem Jahre 1857 [\*].

## Einleitung:

### Erstes Auftreten der hypergeometrischen Funktion: Reihe, Differentialgleichung, bestimmtes Integral.

Im Mittelpunkt unserer Betrachtungen über die hypergeometrische Funktion wird die Arbeit von RIEMANN stehen: „Beiträge zur Theorie der durch die GAUSS'Sche Reihe  $F(a, b; c; x)$  darstellbaren Funktionen.“ Abh. d. Kgl. Ges. d. W. z. Gött. Bd. 7, 1857 (= RIEMANN [1], S. 67 ff.) [\*\*].

Das vollständige und allseitige Verständnis dieser Arbeit und ihrer Tragweite zu erwecken, wird ein Hauptziel meiner Vorlesung sein.

Übrigens schließe ich mich zunächst an die geschichtliche Entwicklung unseres Gegenstandes an.

Es sind drei koordinierte Gesichtspunkte, unter welchen sich, geschichtlich betrachtet, den Mathematikern die hypergeometrische Funktion zuerst dargeboten hat:

1. als Potenzreihe: *hypergeometrische Reihe*,
2. als Lösung einer gewissen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung: *hypergeometrische Differentialgleichung*,
3. als bestimmtes Integral: *hypergeometrische Integrale*.

Alle diese Gesichtspunkte treten bereits bei EULER hervor.

**Zu 1.** *Unter der hypergeometrischen Reihe, auch als gewöhnliche hypergeometrische Reihe oder GAUSS'Sche Reihe bezeichnet, versteht man folgende Potenzreihe:*

$$F(a, b; c; x) = 1 + \frac{a \cdot b}{1 \cdot c} x + \frac{a(a+1) \cdot b(b+1)}{1 \cdot 2 \cdot c(c+1)} x^2 + \frac{a(a+1)(a+2) \cdot b(b+1)(b+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot c(c+1)(c+2)} x^3 + \dots$$

Dabei sollen  $a, b, c$  (zunächst reelle) Zahlen bedeuten, und  $c$  darf weder Null noch eine negative ganze Zahl sein.